Bibliographie

G. Pólya, Mathematik und plausibles Schließen, Bd. 1. Induktion und Analogie in der Mathematik, 403 Seiten; Bd. 2. **Typen und Strukturen plausibler Folgerung,** 282 Seiten (Sammlung „Wissenschaft und Kultur", Bd. 14 und 15), Basel—Stuttgart, Birkhäuser Verlag, 1962—63. Ins deutsche übersetzt von LULU BECHTOLSHEIM.

Die in letzter Zeit erschienenen Bücher von G. PÓLYA fanden nicht nur bei den in der Forschung tätigen Mathematikern, sondern auch bei den Mathematiklehrern aller Stufen begeisterte Aufnahme. Der Autor gibt außerordentlich wertvolle Hinweise zur Gestaltung anspruchsvollen mathematischen Unterrichtes, der nicht nur zeitgemäße Kenntnisse vermittelt, sondern auch zu weiterführenden Überlegungen anregt. Eine solche pädagogische Zielstellung besaß — und erfüllte in hervorragender Weise — z. B. seine gemeinsam mit G. SZEGŐ verfaßte bekannte Aufgabensammlung *(Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis)*. Für die Einschätzung des vorliegenden Buches ist besonders bemerkenswert, daß der Verfasser zu den aufgeworfenen Fragen auch aus philosophischer Sicht Stellung nimmt.

Z. B. äußert er folgende Gedanken: Streng genommen besteht unser ganzes Wissen außerhalb der Mathematik und demonstrativen Logik (die ja in der Tat ein Zweig der Mathematik ist) aus Vermutungen. Wir sichern die Gültigkeit unseres mathematischen Wissens durch demonstratives Schließen, aber wir unterstützen unsere Vermutungen durch plausibles Schließen. Plausibles Schließen ist gewagt, strittig und provisorisch. Demonstratives Schließen ist sicher, unbestreitbar und endgültig. Die Mathematik wird als eine demonstrative Wissenschaft angesehen. Aber die im Entstehen begriffene Mathematik gleicht jeder anderen Art menschlichen Wissens, das im Entstehen ist. Das Resultat der schöpferischen Tätigkeit des Mathematikers ist demonstratives Schließen: der Beweis. Der Beweis wird aber durch plausibles Schließen entdeckt: durch Erraten. Wenn das Erlernen der Mathematik einigermaßen ihre Erfindung widerspiegeln soll, so muß es einen Platz für das Erraten, für das plausible Schließen haben.

Aus der Vielzahl der im ersten Band behandelten schönen Themen sei insbesondere auf die folgenden verwiesen: die Goldbachsche Vermutung, der Eulersche Polyedersatz, das Bachet-Problem, einige Reihensummationen von Euler, Summenfunktion aller Teiler einer ganzen Zahl. Man betrachtet auch viele kleinere, aber interessante Besonderheiten.

Die sehr originelle Aufgabensammlung verdient besonders hervorgehoben zu werden: insbesondere erhellt die Reihenfolge der Aufgaben gewisse eigentümliche Forschungsmethoden.

Im zweiten Band erweitert der Verfasser seine philosophischen Ausführungen und weist auf Anwendungen zahlreicher struktureller, logischer und halblogischer Methoden hin. Hierbei bedient sich der Autor besonders der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Außerdem werden in diesem Band analoge Probleme anderer Wissenschaftszweige dargestellt. Äußerst lehrreich sind z. B. die folgenden Bemerkungen des Verfassers in dem Abschnitt „Ein paar Worte an den Lehrer" (S. 240).: „Laßt uns erraten lehren. Ich sagte, daß es wünschenswert sei, erraten zu lehren, aber nicht, daß es leicht sei. Dieses Buch wendet sich in erster Linie an Studierende der Mathematik, die ihre eigenen Fähigkeiten entwickeln wollen und an Leser, denen daran gelegen ist, etwas über plausibles Schließen und seine nicht ganz banale Beziehung zur Mathematik zu lernen."

Der Erfolg des Buches ist ein Beweis dafür, daß der prominente Verfasser dem oben genannten Anliegen in hervorragender Weise gerecht geworden ist.

Die Ausstattung des Buches ist vorzüglich.

J. Berkes (Szeged)

G. Pólya, Les mathématiques et le raisonnement „plausible", 299 pages, Paris, Gauthier—Villars, 1958. Ins französische übersetzt von ROBERT VALLÉE.

Das Buch ist die erste fremdsprachige Übersetzung des in Princeton und London erschienenen Werkes von G. PÓLYA: *Mathematics and plausible reasoning.* Diese Ausgabe unterscheidet sich von der oben besprochenen deutschen Übersetzung nur darin, daß auf die Aufgabensammlung verzichtet und die Ausgabe in einen Band vorgenommen wurde.

J. Berkes (Szeged)

A. Kaufmann—R. Douriaux, Les fonctions de la variable complexe, VIII+428 pages, 355 figures et 7 tableaux, Paris, Editions Eyrolles et Gauthiers—Villars, 1962.

Comme le sous-titre du livre l'indique ("Théorie et applications au niveau de l'ingénieur"), les auteurs s'adressent surtout aux ingénieurs, en présentant un grand nombre d'exemples et d'exercices pris dans la physique et technique (concernant l'électricité théorique, la mécanique des fluides, la chaleur, les réseaux électriques, etc.). Dans les démonstrations il y a parfois quelques lacunes (comme par exemple dans celle du théorème fondamental de l'algèbre), mais les applications indiquées peuvent être d'intérêt aussi pour les mathématiciens.

Béla Sz.-Nagy (Szeged)

R. Courant und H. Robbins, Was ist Mathematik? XVI+399 Seiten, Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1962.

Although mathematics seems to have a more important role in our life then ever before, there are very few people who have a real understanding of mathematics and can imagine what a great role is played by mathematics in various branches of modern sciences. It is well-known that there is a danger that sometimes students get only a formal routine of manipulations without the real understanding of the mathematical concepts. Therefore it is warmly to greet the appearance of such books by the aid of which the danger mentioned above can be avoided.

This book is a translation of the highly successful Englisch original, first publisched in 1941. It is written for a wide class of readers: students, teachers, engineers and so its style is popular in some sense, but as Professor Courant says in the preface of the first edition: "It requires a certain degree of intellectual maturity and a willingness to do some thinking on one's own." Perhaps this sentence is the most characteristic for this book. The chapters which follow in a systematic order, are in some sense independent of one another. In each chapter, after a clear introduction, the path goes gradually to the root of the matter with the most active collaboration of the reader. The great pedagogical experience of the authors assures that the reader setting out from an elementary level can obtain an insight into the very essence of mathematics.

The contents are grouped as follows: The Natural Numbers; The Number System of Mathematics; Geometrical Constructions; The Algebra of Number Fields; Projective Geometry; Axiomatics; Non-Euclidean Geometries; Topology; Functions and Limits; Maxima und Minima; The Calculus. There is an Appendix containing supplementary remarks, problems, and exercises.

L. Pintér (Szeged)

Lucy Joan Slater, Generalized Hypergeometric Functions, XIII+273 pages, Cambridge, University Press, 1966.

Seit dem Erscheinen der Monographie von W. N. BAILEY: *Generalized Hypergeometric Series* (Cambridge Mathematical Tract, No. 32. 1935; zweite Auflage 1964) blieb diese Theorie immer im Vordergrund der Forschungen über spezielle Funktionen. Die Verfasserin, die eine Mitarbeiterin von BAILLEY war und ihre Arbeit dem Gedächtnis ihres unlängst verstorbenen Lehrers widmet, gibt im vorliegenden Buch eine wesentlich erweiterte, zusammenfassende Darstellung, wobei die diesbezüglichen Resultate der letzten Jahrzehnte und darunter natürlich auch die eigenen Forschungsergebnisse der Verf. vielseitig einbezogen werden.

Während im ersten Kapitel die klassische Theorie der Gaußschen hypergeometrischen Reihe

$$1+\frac{ab}{c}\frac{z}{1!}+\frac{a(a+1)\cdot b(b+1)}{c(c+1)}\frac{z^2}{2!}+\dots$$

behandelt wird, untersucht man im folgenden die Eigenschaften der verallgemeinerten Gaußschen Funktion

$$ {}_AF_B[(a);(b);z] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n(a_2)_n \dots (a_A)_n}{(b_1)_n(b_2)_n \dots (b_B)_n} \cdot \frac{z^n}{n!} $$

mit $(a)_n = a(a+1)\dots(a+n-1)$ und ihre sogenannten q-Analoga („basic hypergeometric functions"), welche mittels Produkten der Form $(a;q)_n = (1-a)(1-aq)\dots(1-aq^{n-1})$ $(|q|<1)$ anstatt von $(a)_n$ gebildet sind (Kap. 2—3). ${}_AF_B[(a);(b);z]$ enthält bekanntlich alle gewöhnlich benutzten Funktionen der Analysis als Spezialfälle und deren Theorie ist — neben ihrer funktionentheoretischen und statistischen Bedeutung — ein wertvolles Hilfsmittel zur Lösung komplizierterer Differentialgleichungen der mathematischen Physik. Was die q-Erweiterungen anbetrifft, so haben diese tiefliegende Zusammenhänge mit der Theorie der elliptischen Funktionen und viele Anwendungsmöglichkeiten in der Zahlentheorie, namentlich bezüglich gewisser Partitionsprobleme. Die Diskussion der verallgemeinerten hypergeometrischen Integrale wird im vierten und fünften Kapitel sehr sorgfältig durchgeführt, und zwar unter Heranziehung neuerer Integralsätze und asymptotischer Resultate von MacRobert und Meijer, ferner von Sears und Slater. Die Kapitel 6—9 sind weiteren Verallgemeinerungen, nämlich bilateralen hypergeometrischen Reihen und dem Fall von mehreren Veränderlichen (Appellsche bzw. Lauricellasche Reihen) gewidmet. Aus dem reichen Inhalt dieses Teils seien die Anwendungen über Jacobische Thetafunktionen und Identitäten vom Rogers—Ramanujanschen Typ hervorgehoben. — Der Text ist mit vielen historischen bzw. persönlichen Bemerkungen der Verfasserin durchwoben. Sechs Anhänge (Formelsammlungen, numerische Tafeln) und ein die meisten der zwischen 1934 und 1961 publizierten diesbezüglichen Arbeiten enthaltendes Literaturverzeichnis sind beigefügt.

Dieses klar abgefaßte Buch ist nicht nur für Fachleute des Gebietes von großem Nutzen, sondern es wird gewiß allen Mathematikern und Physikern behilflich sein, die sich in der sehr weitverzweigten neueren Literatur über hypergeometrische Funktionen und Reihen orientieren wollen. Bemerkt sei noch, daß einige interessante Ergebnisse der letzten Jahre und eine kleinere Monographie von R. P. Agarwall (*Generalized Hypergeometric Series*, Asia Publ. House, New York—Bombay, 1963) bei der Arbeit am Manuskript offenbar nicht berücksichtigt werden konnten; eine hoffentlich folgende zweite Auflage wird aber Erweiterungsmöglichkeiten bieten.

M. Mikolás (Budapest)